Total No. of Printed Pages—20

# 2 SEM TDC GEST (CBCS) GE/DSC 2 (N/O)

## 2023

( May/June )

## STATISTICS

( Generic Elective / Discipline Specific Course )

Paper : GE–2/DSC–2

**( Introductory Probability )**

*The figures in the margin indicate full marks for the questions*

( New Course )

*Full Marks* : 55

*Pass Marks* : 22

*Time* : 3 hours

1\. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×6=6

Choose the correct answer :

*(a)* এটা নিশ্চিত ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of a certain event is

*(i)* 1

*(ii)* −1

*(iii)* 0

*(iv)* অসীম / infinite

(b) দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনাৰ ছেদনৰ সম্ভাৱিতা সদায়

The probability of the intersection of two mutually exclusive events is always

(i) অসীম

infinite

(ii) এক

one

(iii) শূন্য

zero

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(c) যদি $X$ এটা যাদৃচ্ছিক চলক আৰু মাধ্য $\mu$ হয়, তেতিয়া $E(X-\mu)^r$ক কোৱা হ'ব

If $X$ is a random variable with mean $\mu$, then $E(X-\mu)^r$ is called

(i) প্ৰসৰণ

variance

(ii) $r$তম স্বেচ্ছ ঘূৰ্ণক

$r$th raw moment

(iii) $r$তম কেন্দ্ৰীয় ঘূৰ্ণক

$r$th central moment

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above





(d) যদি $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, তেতিয়া হ'লে

If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then

(i) $\overline{X} \sim N(0, 2\sigma)$

(ii) $\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

(iii) $\overline{X} \sim N(\mu, 2\sigma)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) স্মৃতিহীন বৈশিষ্ট্য থকা বণ্টনটো হৈছে

The distribution possessing the memoryless property is

(i) গামা বণ্টন

gamma distribution

(ii) গুণোত্তৰ বণ্টন

geometric distribution

(iii) অতিগুণোত্তৰ বণ্টন

hypergeometric distribution

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা

All of the above

(f) এটা প্ৰসামান্য বক্ৰৰ কাৰণে QD, MD আৰু SDৰ অনুপাত হৈছে

For a normal curve, the QD, MD and SD are in the ratio

(i) 5 : 6 : 7

(ii) 10 : 12 : 15

(iii) 2 : 3 : 4

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

**2.** তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

Answer the following questions : 2×6=12

(a) উদাহৰণৰ সৈতে যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define random experiment with examples.

(b) এটা ঘটনা $A$ৰ বাবে প্ৰাচীন সম্ভাৱিতাৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ কি কি?

What are the properties of classical probability of an event $A$?

(c) বণ্টন ফলন বুলিলে কি বুজা?

What do you understand by distribution function?

(d) অভিসাৰিতা সম্ভাৱনাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define convergence in probability.





(e) যদি $X$ এটা পয়ছঁ চলক হয় আৰু $P(X=1)=P(X=2)$, তেন্তে $P(X=4)$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

If a Poisson variate $X$ is such that $P(X=1)=P(X=2)$, find the value of $P(X=4)$.

(f) তলৰ বণ্টনটোৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ লিখা :

Find mean and variance from the following distribution :

$$f\left(x; 5, \frac{1}{2}\right) = {}^5C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x}; \; x = 1, 2, 3, \cdots, 5$$

**3.** (a) (i) উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 4

Define exhaustive and independent events with examples.

(ii) পৰিসাংখ্যিকীয় বা পৰীক্ষামূলক সম্ভাৱিতাৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ উল্লেখ কৰা। যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা এটা লিপ্ ইয়াৰত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? 2+3=5

State the limitations of statistical (or empirical) probability. What is the chance that a leap year selected at random will contain 53 Sundays?

অথবা / Or

(b) (i) স্বতন্ত্র ঘটনাৰ বাবে সম্ভাৱিতাৰ গুণাত্মক সূত্ৰটো লিখা।

এটা ত্ৰুটিপূৰ্ণ লুডু গুটি নিক্ষেপ কৰিলে 1 আৰু 2 অহাৰ সম্ভাৱিতা ক্ৰমে 0·1 আৰু 0·32. 1 সংখ্যা বা 2 সংখ্যা উলিয়াবলৈ কোৱা হ'ল। 1 সংখ্যাটো ওলোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? 1+3=4

State the multiplication theorem of probability for independent events.

The probability of occurrences of the numbers 1 and 2 of a biased die are given to be 0·1 and 0·32 respectively. The die is cast and you are told that either number 1 or number 2 has turned up. What is the probability that number 1 has turned up?

(ii) দুটা মোনাত তলত দিয়া ধৰণে বল আছে :

1নং মোনা : 3 টা বগা আৰু 4 টা ক'লা বল

2নং মোনা : 5 টা বগা আৰু 3 টা ক'লা বল

যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মোনা বাচনি কৰি এটা বল লোৱা হ'ল। যদি বাচনি কৰা বলটো বগা হয়, তেন্তে উক্ত বলটো 1 নং মোনাৰ পৰা বাচনি হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা। 5





Two bags have the following proportion of balls :

Bag 1 : 3 white and 4 black balls

Bag 2 : 5 white and 3 black balls

One of the bags is selected at random and one ball is drawn. If the drawn ball is turned out to be white, then find the probability that it comes from Bag 1.

4. (a) উদাহৰণৰ সৈতে বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

ধৰা হ'ল এটা বৈদ্যুতিক তাঁৰৰ ব্যাস $X$ এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক আৰু ইয়াৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন

$$f(x) = 6x(1-x);\ 0 \le x \le 1$$

(i) পৰীক্ষা কৰা যে $f(x)$ এটা সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন হয়।

(ii) $b$ ৰ মান উলিওৱা যাতে

$$P(X < b) = P(X > b)$$ 4+5=9

Define discrete and continuous random variables with examples.

The diameter of an electric cable say $X$ is assumed to be a continuous random variable with p.d.f.

$$f(x) = 6x(1-x);\ 0 \le x \le 1$$

(i) Check that $f(x)$ is p.d.f.

(ii) Determine a number $b$ such that $P(X < b) = P(X > b)$.

অথবা / Or

(b) এটা বিচ্ছিন্ন চলকৰ বাবে গাণিতীয় প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক $X$ এ 1, 2, 3 মান লয় সম্ভাৱিতাৰ সৈতে

$$P(X = r) = \frac{r}{6};\ r = 1, 2, 3$$

নিৰ্ণয় কৰা—

(i) $E(X)$

(ii) $V(X)$

(iii) $P(X \ge 2)$

(iv) $V(2X+3)$

ঘূৰ্ণকজনক ফলনৰ বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কৰা। 2+4+3=9





Define mathematical expectation for discrete random variable.

If a random variable $X$ takes the values 1, 2, 3 with probability

$$P(X = r) = \frac{r}{6};\ r = 1, 2, 3$$

find—

(i) $E(X)$

(ii) $V(X)$

(iii) $P(X \ge 2)$

(iv) $V(2X+3)$

State the properties of moment generating function.

5. (a) যি কোনো এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে ছেবাইচেভৰ অসমতাৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা। 2+5=7

State and prove Chebyshev's inequality for a continuous random variable.

অথবা / Or

(b) ডি মইভাৰ-লাপ্লাচৰ কেন্দ্ৰীয় সীমা প্ৰমেয়টো লিখা।

পৰীক্ষা কৰা যে স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ ক্ৰম $\{X_k\}$ য়ে বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতি মানি চলে, য'ত স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ সম্ভাৱিতা হৈছে

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{(-2k+1)};\ P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

2+5=7

State De Moivre-Laplace central limit theorem.

Examine whether the weak law of large numbers holds for the sequence $\{X_k\}$ of independent random variables defined as follows :

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{(-2k+1)};\ P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

6. (a) দ্বিপদ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2+4=6

Define binomial distribution. Obtain the mean and variance of binomial distribution.

অথবা / Or

(b) গুণোত্তৰ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গুণোত্তৰ বণ্টনৰ বাবে দেখুওৱা যে মাধ্য প্ৰসৰণতকৈ ডাঙৰ। 2+4=6

Define geometric distribution. Show that for geometric distribution, mean is greater than variance.

7. (a) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। প্ৰসামান্য বণ্টনৰ ঘূৰ্ণকজনক ফলনটো উলিওৱা। 2+4=6

Write the probability density function of normal distribution. Find the moment generating function of normal distribution.





অথবা / Or

(b) অবিচ্ছিন্ন সুষম বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটোৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা। 2+4=6

Define continuous uniform distribution. State and prove additive property of gamma distribution.

## ( Old Course )

*Full Marks* : 50

*Pass Marks* : 20

*Time* : 2 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : 1×5=5

Choose the correct answer :

(a) দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনাৰ ছেদনৰ সম্ভাৱিতা সদায়

The probability of the intersection of two mutually exclusive events is always

(i) অসীম

infinite

(ii) এক

one

(iii) শূন্য

zero

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(b) এটা নিশ্চিত ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of a certain event is

(i) 1

(ii) −1

(iii) 0

(iv) অসীম / infinite





(c) যদি $X$ এটা যাদৃচ্ছিক চলক আৰু মাধ্য $\mu$ হয়, তেতিয়া $E(X-\mu)^r$ ক কোৱা হ'ব

If $X$ is a random variable with mean $\mu$, then $E(X-\mu)^r$ is called

(i) প্ৰসৰণ

variance

(ii) $r$তম স্বেচ্ছ ঘূৰ্ণক

$r$th raw moment

(iii) $r$তম কেন্দ্ৰীয় ঘূৰ্ণক

$r$th central moment

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(d) যদি $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, তেতিয়া হ'লে

If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then

(i) $\bar{X} \sim N(0, 2\sigma)$

(ii) $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

(iii) $\bar{X} \sim N(\mu, 2\sigma)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) এটা প্ৰসামান্য বক্ৰৰ কাৰণে QD, MD আৰু SDৰ অনুপাত হৈছে

For a normal curve, the QD, MD and SD are in the ratio

(i) 5 : 6 : 7

(ii) 10 : 12 : 15

(iii) 2 : 3 : 4

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

**2.** তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : 2×5=10

Answer the following questions :

(a) উদাহৰণৰ সৈতে যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define random experiment with examples.

(b) এটা ঘটনা Aৰ বাবে প্ৰাচীন সম্ভাৱিতাৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ কি কি?

What are the properties of classical probability of an event $A$?

(c) বণ্টন ফলন বুলিলে কি বুজা?

What do you understand by distribution function?

(d) অভিসাৰিতা সম্ভাৱনাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define convergence in probability.





(e) তলৰ বণ্টনটোৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ লিখা :

Find mean and variance from the following distribution :

$$f\left(x; 5, \frac{1}{2}\right) = {}^5C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x}; \; x = 1, 2, 3, \cdots, 5$$

**3.** (a) (i) উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 4

Define exhaustive and independent events with examples.

(ii) পৰিসাংখ্যিকীয় বা পৰীক্ষামূলক সম্ভাৱিতাৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ উল্লেখ কৰা। যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা এটা লিপ্ ইয়াৰত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? 2+3=5

State the limitations of statistical (or empirical) probability. What is the chance that a leap year selected at random will contain 53 Sundays?

অথবা / Or

(b) (i) স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ বাবে সম্ভাৱিতাৰ গুণাত্মক সূত্ৰটো লিখা।

এটা ত্ৰুটিপূৰ্ণ লুডুগুটি নিক্ষেপ কৰিলে 1 আৰু 2 অহাৰ সম্ভাৱিতা ক্ৰমে 0·1 আৰু 0·32. 1 সংখ্যা বা 2 সংখ্যা উলিয়াবলৈ কোৱা হ'ল। 1 সংখ্যাটো ওলোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? 1+3=4

State the multiplication theorem of probability for independent events.

The probability of occurrences of the numbers 1 and 2 of a biased die are given to be 0·1 and 0·32 respectively. The die is cast and you are told that either number 1 or number 2 has turned up. What is the probability that number 1 has turned up?

*(ii)* দুটা মোনাত তলত দিয়া ধৰণে বল আছে :

1নং মোনা : 3 টা বগা আৰু 4 টা ক'লা বল

2নং মোনা : 5 টা বগা আৰু 3 টা ক'লা বল

যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মোনা বাচনি কৰি এটা বল লোৱা হ'ল। যদি বাচনি কৰা বলটো বগা হয়, তেন্তে উক্ত বলটো 1 নং মোনাৰ পৰা বাচনি হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা। 5

Two bags have the following proportion of balls :

Bag 1 : 3 white and 4 black balls

Bag 2 : 5 white and 3 black balls

One of the bags is selected at random and one ball is drawn. If the drawn ball is turned out to be white, then find the probability that it comes from Bag 1.





**4.** *(a)* উদাহৰণৰ সৈতে বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

ধৰা হ'ল এটা বৈদ্যুতিক তাঁৰৰ ব্যাস $X$ এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক আৰু ইয়াৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন

$$f(x) = 6x(1-x);\ 0 \le x \le 1$$

*(i)* পৰীক্ষা কৰা যে $f(x)$ এটা সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন হয়।

*(ii)* $b$ ৰ মান উলিওৱা যাতে

$$P(X < b) = P(X > b)$$ 3+4=7

Define discrete and continuous random variables with examples.

The diameter of an electric cable say $X$ is assumed to be a continuous random variable with p.d.f.

$$f(x) = 6x(1-x);\ 0 \le x \le 1$$

*(i)* Check that $f(x)$ is p.d.f.

*(ii)* Determine a number $b$ such that $P(X < b) = P(X > b)$.

*অথবা / Or*

*(b)* এটা বিচ্ছিন্ন চলকৰ বাবে গাণিতীয় প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক $X$ এ 1, 2, 3 মান লয় সম্ভাৱিতাৰ সৈতে

$$P(X = r) = \frac{r}{6};\ r = 1, 2, 3$$

নিৰ্ণয় কৰা—

(i) $E(X)$

(ii) $P(X \geq 2)$

(iii) $V(2X+3)$

ঘূৰ্ণকজনক ফলনৰ বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কৰা। 2+3+2=7

Define mathematical expectation for discrete random variable.

If a random variable $X$ takes the values 1, 2, 3 with probability

$$P(X=r)=\frac{r}{6};\ r=1, 2, 3$$

find—

(i) $E(X)$

(ii) $P(X \geq 2)$

(iii) $V(2X+3)$

State the properties of moment generating function.

5. (a) যি কোনো এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে ছেবাইচেভৰ অসমতাৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা। 2+5=7

State and prove Chebyshev's inequality for continuous random variable.





অথবা / Or

(b) ডি মইভাৰ-লাপ্লাচৰ কেন্দ্ৰীয় সীমা প্ৰমেয়টো লিখা।

পৰীক্ষা কৰা যে স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ ক্ৰম $\{X_k\}$য়ে বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতি মানি চলে, য'ত স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ সম্ভাৱিতা হৈছে

$$P(X_k=\pm 2^k)=2^{(-2k+1)};\ P(X_k=0)=1-2^{-2k}$$

2+5=7

State De Moivre-Laplace central limit theorem.

Examine whether the weak law of large numbers holds for the sequence $\{X_k\}$ of independent random variables defined as follows :

$$P(X_k=\pm 2^k)=2^{(-2k+1)};\ P(X_k=0)=1-2^{-2k}$$

6. (a) দ্বিপদ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2+4=6

Define binomial distribution. Obtain the mean and variance of binomial distribution.

অথবা / Or

(b) গুণোত্তৰ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গুণোত্তৰ বণ্টনৰ বাবে দেখুওৱা যে মাধ্য প্ৰসৰণতকৈ ডাঙৰ। 2+4=6

Define geometric distribution. Show that for geometric distribution, mean is greater than variance.

7. (a) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। প্ৰসামান্য বণ্টনৰ ঘূৰ্ণকজনক ফলনটো উলিওৱা। 2+4=6

Write the probability density function of normal distribution. Find the moment generating function of normal distribution.

অথবা / Or

(b) অবিচ্ছিন্ন সুষম বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটোৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা। 2+4=6

Define continuous uniform distribution. State and prove additive property of gamma distribution.

★★★